

OLIMPIADA SATELOR DIN ROMÂNIA
ETAPA LOCALĂ - SUCEAVA, 15.02.2025
BAREM DE CORECTARE ȘI NOTARE

CLASA a VIII-a

1. a) (1p) Scrieți numărul 45 ca sumă de două pătrate perfecte;
- b) (3p) Demonstrați egalitatea: $(a^2 - b^2)^2 + (2ab)^2 = (a^2 + b^2)^2$;
- c) (3p) Găsiți un exemplu de numere naturale m și n așa încât m, n și 2025 să reprezinte lungimile laturilor unui triunghi dreptunghic.

Barem:

a) $45=6^2+3^2$	1p
b) Demonstrează egalitatea	3p
c) Alege $a=6$ și $b=3$	1p
Obține $27^2+36^2=45^2$	1p
Se amplifică cu 45^2 și se obține $1215^2+1620^2=2025^2$.	1p

2. Se consideră mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{R} / |2x - 3| \leq 16\}$ și $B = \{x \in \mathbb{R} / -1 \leq \frac{4x-7}{5} < 9\}$.

- a) (4p) Scrieți cele două mulțimi sub formă de intervale;
- b) (3p) Calculați suma cuburilor elementelor din mulțimea $A \cap B \cap \mathbb{N}$.

Barem:

a) $A=[-6,5; 9,5]$	2p
$B=[0,5; 13)$	2p
b) $A \cap B \cap \mathbb{N}=\{1; 2; 3; \dots 9\}$	2p
Obține pentru sumă rezultatul 2025	1p

3. Fie piramida patrulateră regulată dreaptă VABCD în care $AB = 6\text{cm}$ și suma tuturor muchiilor este egală cu 44 cm. Arătați că:

- a) (4p) Înălțimea piramidei este egală cu $\sqrt{7}$ cm;
- b) (3p) Distanța de la centrul bazei la o față laterală este mai mică de 2 cm.

Barem:

a) Realizează figura	1p
Calculează $VA = 5\text{cm}$	1p
Calculează apotema piramidei $VM = 4\text{cm}$	1p
Calculează înălțimea	1p
b) Propune $OT \perp VM$ și demonstrează că $OT \perp (VBC)$	1p
Obține $OT = \frac{3\sqrt{7}}{4}\text{cm}$	1p

Demonstrează că $\frac{3\sqrt{7}}{4} < 2$	1p
---	----

4. Se dă cubul ABCDA'B'C'D' și punctele Q = centrul feței BCC'B' și M mijlocul muchiei [AB].

a) (3p) Demonstrați ca AC' este paralelă cu planul (MCB');

b) (4p) Aflați măsura unghiului dintre dreptele AQ și A'C'.

Barem:

a) realizează figura	1p
Demonstrează că AC' // MQ	1p
finalizare	1p
b) A'C' // AC și identifică unghiul QAC	2p
Justifică $\triangle AB'C$ echilateral	1p
Află că măsura unghiului QAC este de 30°	1p

Notă: Orice altă soluție corectă se va puncta corespunzător.